

中学校数学

本市の傾向と課題

- 全体の平均正答率は、全国とほぼ同じであり、県より上回っている。
- 領域別に見ると、平均正答率は、2領域「A 数と式」「C 関数」において、全国・県より上回っている。「D データの活用」については、全国よりやや下回っており、県より上回っている。「B 図形」については、県を上回っているが、全国より下回っており、課題が見られた。
- 観点別に見ると、平均正答率は、「思考・判断・表現」については、全国・県を上回っている。「知識・技能」については、県を上回っているが、全国よりやや下回っており、課題が見られた。
- 問題形式別に見ると、平均正答率は、「選択式」「記述式」ともに、全国・県を上回っている。「短答式」については、県を上回っているが、全国を下回っている。

【課題】 42を素因数分解する

1は、「42を素因数分解しなさい」という短答式の設問で、自然数を素数の積で表すことができるかどうかをみる問題である。事象を数や式を用いて考察する場面では、数を和や積に表すなどして数量の関係を捉え、事象の特徴を読み取り、説明することが大切となる。素因数分解をすることは、数に関する性質を説明する際に必要であることから出題された。

本市の平均正答率は、県を大きく上回っているが、全国より下回っている。「素因数を記述しているが、それらを積で表していない」誤答や、「因数に1を含んでいる」誤答が見られた。

指導のポイント

- 整数の性質について理解を深める場面において、整数を様々な視点から捉えることができるようにするために、自然数を素数の積で表すことが大切となる。
- 授業を行う際には、自然数をその約数の積に表す活動を通して、表現された約数の積の中に素数の積があることを調べたり、素数の意味を確認したりする場面を設定することが考えられる。例えば、中学1年生の教科書では、P15に42をいくつかの自然数の積の形に表してみる活動が示されているが、42をその約数{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}の積で表すと、 $2 \times 3 \times 7$ 、 2×21 、 6×7 、 1×42 、 $1 \times 2 \times 3 \times 7$ など、様々な表し方があり、この中で、42を「1とその数自身以外は約数をもたない数」としての素数の積で表現したものは、 $2 \times 3 \times 7$ となる。活動を丁寧に振り返ることによって、素数の積の場合には一通りであることを具体的に知ることができると考えられる。

関連

解説資料P12・13、報告書P20・21参照

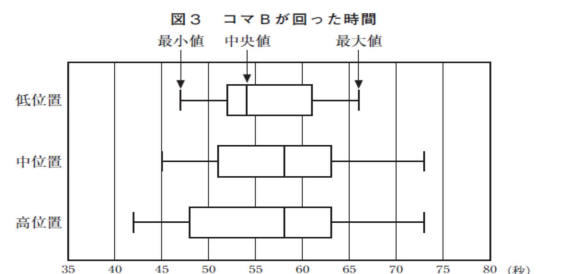
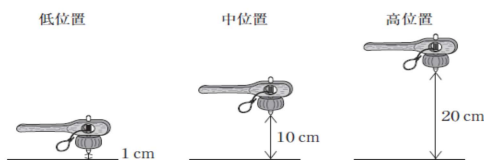
中学校数学

【課題】箱ひげ図の箱が示す区間に含まれているデータの個数と散らばりの程度について、正しく述べたものを選ぶ

7 (2) は、コマ回し大会で、どの高さからコマを回すとより長い時間回るとについて考える際に、低位置、中位置、高位置で回し得られたデータを用いて箱ひげ図を並べてみることで、それらのデータの散らばり具合を把握し、複数のデータの分布を比較する選択式の設問で、箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができるかどうかをみることが趣旨である。

本市の平均正答率は、全国より下回っており、県とほぼ同じである。箱の中のデータの個数は全体の約半数ではなく、箱の横の長さが短い方が、箱の中に含まれるデータの個数が少ないと捉えた誤答が多く見られた。

(2) 大地さんはコマAを、葉月さんはコマBを選びました。コマを回す練習をしていた葉月さんは、コマを回す高さによって回る時間に違いがあるのではないかと考えました。そこで、次の図のように、1 cm の高さを低位置、10 cm の高さを中位置、20 cm の高さを高位置として、それぞれの位置から20回ずつコマBを回し、コマBが回った時間のデータを位置ごとに集めました。そして、それぞれのデータの散らばりの程度を比較するために箱ひげ図を作りました。



葉月さんは、前ページの図3の箱ひげ図を比較して考えています。最大値と中央値は、低位置よりも中位置、高位置の方が大きいことから、葉月さんは低位置よりも中位置、高位置の方がより長い時間回ると判断しました。

次に、中位置と高位置の箱ひげ図を比較すると、箱が示す区間は高位置よりも中位置の方が短いことがわかりました。

このとき、箱が示す区間に含まれているデータの個数と散らばりの程度について正しく述べたものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

- ア データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり、データの散らばりの程度は、高位置よりも中位置の方が小さい。
- イ データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり、データの散らばりの程度は、高位置よりも中位置の方が大きい。
- ウ データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく、データの散らばりの程度は、高位置よりも中位置の方が小さい。
- エ データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく、データの散らばりの程度は、高位置よりも中位置の方が大きい。

指導のポイント

- 複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動を通して、四分位範囲や箱ひげ図の必要性和意味を理解できるように丁寧に指導する必要がある。

その際、箱ひげ図は複数のデータの分布を比較するときに、視覚的に比較がしやすい統計的な表現であることを確認することが大切となる。

- 中学2年生教科書P174やP179にデータの分布のようすや散らばりを箱ひげ図から推測する問題が示されているが、それぞれの問題において、箱ひげ図の箱で示された区間には、全データのうち中央値を中心とする約半数のデータが含まれることや、箱ひげ図の箱で示された区間の長さを四分位範囲ということ、極端にかけ離れた値が一つでもあると、最大値や最小値が大きく変化し、範囲はその影響を受けやすいが、四分位範囲はその影響をほとんど受けないという性質を理解できるように丁寧に指導していく必要がある。
- 箱ひげ図とドットプロットを並べて示し、箱の横の長さが長いからといって、箱の中にデータが多く含まれているということではないこと等、データの傾向と散らばりについて確認する学習活動を意図的に設定する必要がある。

関連

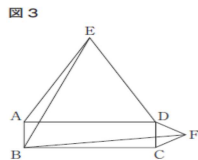
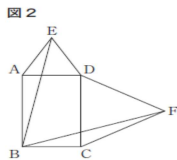
解説資料P42、報告書P58～61参照

【課題】 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が 30° になる理由を示し、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることの説明を完成する

⑨ (2) は、「長方形 $ABCD$ の外側に辺 AD 、 DC を 1 辺とする正三角形 ADE 、 DCF があるとき、長方形 $ABCD$ の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることを書く」という記述式の設定で、図形についての考察場面において、ある事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみるのが趣旨である。

本市の平均正答率は、県より上回っているが、全国を下回っている。無答率が最も高く、「 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ と $\angle EAB = 150^\circ$ を用いようとした」誤答や、「 $\angle EAB = 150^\circ$ を用いて、 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ を説明しようとした」誤答も見られた。

(2) 琴音さんは、次の図2や図3のように、21ページの図1の長方形 $ABCD$ の辺の長さをいろいろに変えた図をかきました。このときも、 $\triangle ABE = \triangle CFB$ が成り立つので、 $EB = BF$ がいえます。琴音さんは、 $EB = BF$ 以外にも、辺や角についていえることがないか調べました。

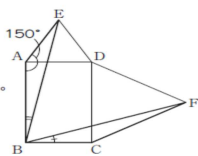


調べたことから、琴音さんは、長方形 $ABCD$ の辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になると予想し、次のように考えました。

琴音さんの考え

◇ $\angle EBF$ について、
 $\angle ABC = 90^\circ$ より、
 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ がいえれば、
 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ$ となり、
 $\angle EBF$ が 60° になることがいえる。

◇ $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることは、 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ からわかる等しい角と、
 $\angle EAB = 150^\circ$ を用いて示すことができる。



$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ を示すことで、長方形 $ABCD$ の辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることが説明できます。琴音さんの考えの◇にある $\triangle ABE = \triangle CFB$ と $\angle EAB = 150^\circ$ はすでにわかっていることとして、 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることを下の説明の [] に示し、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることの説明を完成しなさい。

説明



$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることが示せたので、
 $\angle EBF = 90^\circ - (\angle ABE + \angle CBF)$ より、
 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ になる。

指導のポイント

- 図形の性質を考察する場面では、観察や操作、実験などの活動を通して、予想した事柄が成り立つ理由を、筋道を立てて考えることができるようにするとともに、条件を変えても予想した事柄が成り立つか確かめたり、予想した事柄が成り立つための条件を見いだしたりするなど、統合的・発展的に考察することが大切となる。
- 成り立つと予想される図形の性質を見いだす場面では、1人1台端末を利用し、図形を動的に捉えることにより図形を観察することも有効である。その中で、辺や角について変わらない性質を予想し、それを話し合う活動を設定することも大切である。
- 同じ長さの辺や、同じ大きさの角に印や記号を付けることで、図形の性質や関係を直観的に捉え、説明の見通しや構想を立てることが大切となる。本設問では、 $\angle EBF$ の大きさが 60° になるかどうかを確かめるためには、「 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が 30° になることがいえればよい」と焦点化して考察を進めていくことが考えられる。

- 中学2年生教科書P147、155に記載されている「学びにプラス」の問題や、P165④の問題等を活用して、図形を考察することが考えられる。

関連

解説資料P55～57、報告書P72～77参照